2010年中华人民共和国普通高等学校联合招收
华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试
数 学

满分150分，考试用时120分钟

题号	一	二	三							总分
			21	22	23	24	25	26	27	

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

上海心叶教育www.520xinye.com

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把所选出的字母填在题后的括号内。

1、设集合$P=\{1,2,3\}$，则满足$P\cup Q=\{1,2,3,4\}$的不同集合Q共有 （ ）

A 1个　　B 4个　　C 6个　　D 8个

2、若等差数列的前4项和$S_4=\dfrac{2}{3}$，前6项和$S_6=\dfrac{3}{2}$，则该数列的前10项和$S_{10}=$（ ）

A $\dfrac{25}{6}$　　B $\dfrac{19}{6}$　　C $\dfrac{13}{6}$　　D $\dfrac{8}{5}$

3、设无穷等比数列$\{a_n\}$的各项和为3，若$a_1=2$，则$a_2=$ （ ）

A $\dfrac{1}{3}$　　B $\dfrac{2}{5}$　　C $\dfrac{2}{3}$　　D $\dfrac{3}{2}$

4、复数$\dfrac{(2+i)^3(4-2i)}{5i(1+i)}=$ （ ）

A $1-3i$　　B $1-7i$　　C $-1+3i$　　D $-1+7i$

5、函数$f(x)=\dfrac{\sin 2x}{1+\cos 2x+8\sin^2 x}\left(0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$的最大值为 （ ）

A $\dfrac{1}{4}$　　B $\dfrac{1}{3}$　　C $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　D $\dfrac{1}{2}$

6、设$\sin\theta-\cos\theta<\cos^3\theta-\sin^3\theta$，且$|\theta|<\pi$，则$\theta$的取值范围为 （ ）

A $(-\pi,0)$　　B $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{4}\right)$　　C $\left(-\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right)$　　D $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$

7、在平面直角坐标系xoy中，已知点$M(4,2)$和$N(-3,6)$，则ΔOMN的面积为 （ ）

A $5\sqrt{5}$　　B 15　　C $6\sqrt{5}$　　D 30

8、在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $A_1A=\sqrt{2}AB$，M、N 分别是 BC、CC_1 的中点，则异面直线 AB_1 与 MN 所成的角等于　　（　）

A 30^0　　B 45^0　　C 60^0　　D 90^0

9、用数字1、2、3、4、5、6组成的没有重复数字的6位数中，数字1、2相邻且3、4不相邻的6位数共有　　（　）

A 72个　　B 144个　　C 216个　　D 288个

10、一个口袋中，装有大小、轻重都无差异的5个红球和4个白球，每一次从袋中摸出两个球，若颜色不同，则为中奖。每次摸球后，都将摸出的球放回袋中，则3次摸球恰有1次中奖的概率为　　（　）

A $\dfrac{80}{243}$　　B $\dfrac{100}{243}$　　C $\dfrac{80}{729}$　　D $\dfrac{100}{729}$

11、设抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F，倾斜角为锐角的直线 l 经过 F，且与抛物线相交于 A、B 两点，若 F 是线段 AB 的一个3等分点，则 l 的斜率为　　（　）

A $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C $2\sqrt{3}$　　D $2\sqrt{2}$

12、设 R 上的可导函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+4xy$（x、$y\in R$），且 $f'(1)=2$，则方程 $f'(x)=0$ 的根为　　（　）

A 0　　B 0，2　　C $\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{3}{2}$　　D $\dfrac{1}{2}$

二、填空题：本大题共8小题，每小题4分，共32分。把答案填在题中横线上。

13、若方程 $9mx^2+y^2=9$ 表示的曲线是焦点在 y 轴上的椭圆，则常数 m 的取值范围为区间______

14、在极坐标系中，设两条曲线的方程分别为 $\rho=2$ 和 $\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$，则两曲线交点的极坐标为________

15、若函数 $f(x)=\dfrac{a^x}{1+a^x}-a$ 是奇函数，则 a 的值为_________

16、设 $f(x)=x^2+x+c$，$c>-1$，若 $x_1<x_2$，且 $x_1+x_2=c$，则 $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 的大小关系为_________

17、双曲线的焦点为 $(-6,0)$ 和 $(6,0)$，两条准线的距离为8，则该双曲线的方程为______

上海心叶教育www.520xinye.com

18、设多项式 $p\left(x\right)=x^3+3x^2+ax+b$ 与 $q\left(x\right)=x^4+x^3+ax^2+2x+b$ 有公因式 $x+3$，则 $p\left(x\right)$ 与 $q\left(x\right)$ 的最大公因式为__________

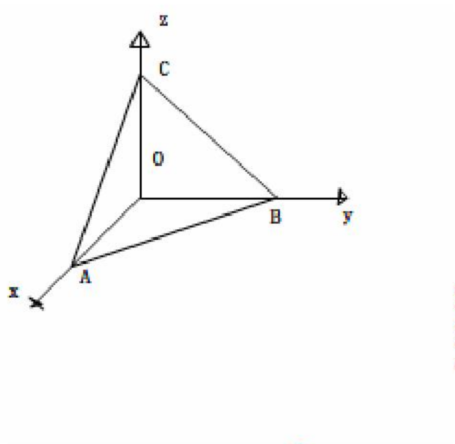
19、从 5 对夫妻中，选派 4 人参加社会调查，则 4 人中至少有一对夫妻的概率为________

20、设 A、B、C 是球面上的三个点，每两点间的球面距离都等于该球大圆周长的 $\dfrac{1}{6}$，若经过 A、B、C 的圆的周长为 $4\pi cm$，则该球的表面积为__________ cm^2

三、解答题

21、（本题满分 14 分）

如图，在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，平面 π 与 x、y、z 轴的正半轴分别交于点 A、B、C，三棱锥 $O-ABC$ 的体积等于 9，二面角 $A-BC-O$ 与 $B-AC-O$ 相等，且 $\cos\angle ACB=\dfrac{1}{3}$，求平面 π 的方程。



上海心叶 www.520xinye.com

22、（本题满分 14 分）

设函数 $f\left(x\right)=2+\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{12}\right)\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos\left(3x+\dfrac{\pi}{12}\right)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的图像离原点 O 最近的对称中心的坐标，以及离 y 轴最近的对称轴的方程；

（2）求函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期，并用作图法求方程 $f\left(x\right)-x-1=0$ 的根的个数。

23、（本题满分 14 分）

在数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，已知 $a_1=1$，$a_2=4$，当 $n\geq 3$ 时，$a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}$

（1）求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{a_n}$。

上海心叶教育www.520xinye.com

24、（本题满分 15 分，文史类考生不做）

设 AB 是圆 O：$x^2+y^2=9$ 的动弦，$|AB|=3$，定点 $C(c,0)$ 和动点 P 满足 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=0$

（1）求点 P 的轨迹 F；

（2）求 c 的值，使 F 与圆 O 恰有一个公共点

25、（本题满分 15 分，文史类考生不做）

设 $f(x)=x^2-2x+aInx\,(x>0)$ 不是单调函数，且无最小值

（1）求常数 a 的取值范围；

（2）设 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点，证明 $-\dfrac{3+In4}{4}<f(x_0)<0$

上海心叶教育www.520xinye.com

26、（本题满分 15 分，理工农医类考生不做）

设 AB 是圆 O：$x^2+y^2=9$ 的动弦，$\left|AB\right|=3$，$C\left(5,0\right)$，动点 P 满足 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=0$，点 M 是 AB 的中点

（1）证明 $\overrightarrow{PM}$ 与 $\overrightarrow{PC}$ 共线；

（2）求点 P 的轨迹，并说明所表示的是什么曲线

27、（本题满分 15 分，理工农医类考生不做）

设函数 $f\left(x\right)=ax-Inx\left(x>0\right)$ 在 $x=x_0$ 处取得最小值 2

（1）求 a 和 x_0 的值；

（2）设 x_1、x_2 是任意正数，证明：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)\geq 2f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)$，当且仅当 $x_1=x_2$ 时，等号成立

上海心叶教育www.520xinye.com